情報Ⅰにおける実データを活用した統計的仮説検定の実践と今後の展望

神奈川県立小田原高等学校　三井栄慶

自己紹介（三井　栄慶／みつい　よしのり）

1　**特徴がないこと** が特徴

2　**個性がないこと** が個性

3　好きな関数は **AVERAGE**

自己紹介（三井　栄慶／みつい　よしのり）

大学時代

・教養として確率統計学を学ぶ

教員になって

・まったく使わなくなる

神奈川県立横浜翠嵐高等学校　着任

・数学できないと……
　データの分析を学ぶ。
・模試結果分析で大いに活用。

正直、統計学の専門家ではございません。

はじめに

はじめに　－学習指導要領解説より－

データの傾向について評価するために仮説検定の考え方などを取り扱ったりすることも考えられる

前に，分析の構想を練 …を洗い出したり，外れ値の扱いについて確認したり，
データの傾向について評価するために仮説検定の考え方などを取り扱ったりすることも考えられる。

例えば，データの型式に関しては，表形式以外の時系列データ，SNS などにおいて個人と個人の繋がりを表現するためのデータ，項目（キー）と値（バリュー）をセットにし

はじめに　―文部科学省　教員用研修教材―

＜演習３＞

方法Ａで練習した 10 名のグループと方法Ｂで練習した７名のグループの得点が右の表のように与えられている。このとき，２つの練習方法に関して得点に差があるのかないのか，母平均の差を仮説検定で調べてみましょう。

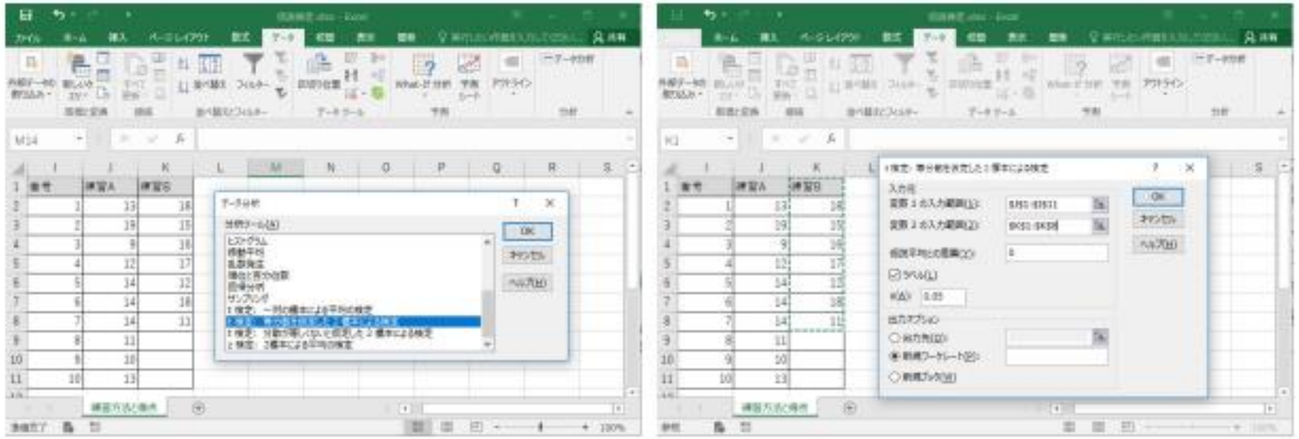
(1) データは正規分布に従うことを仮定し，平均値の２標本の両側検定を選択，分散は２標本で共通で未知とする。

(2) 帰無仮説 H0 として「練習方法の効果に差はない（母平均は等しい）」とする。

(3) 対立仮説 H1 として「練習方法の効果に差はある（母平均は異なる）」とする。

(4) 有意水準 α =0.05（5%）と決める。

(5) Excel の「データ分析」メニューから「ｔ検定：等分散性を仮定した２標本による検定」を選択する。



(6) 出力から検定結果を読み取る（図表 10）

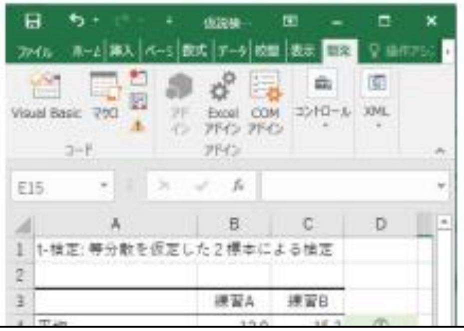
① 練習法 A, B 各々のグループの得点の標本平均

② 練習法 A, B 各々のグループの得点の標本分散

③ それぞれのグループのデータ数（人数）

④ 2つのグループの母分散（共通の値）の推定値　Ue

$$= \frac{(m-1)U_x + (n-1)U_y}{m+n-2}$$



はじめに　—教科書の扱い—

❶標本平均が母平均から離れるにつれて分散が大きい標本が少なくなるため，標本分散 s^2 の平均（期待値）は母分散 σ^2 より小さくなる。それを補正するために s^2 を $\frac{n}{n-1}$ 倍した不偏分散 u^2 を使用する。

❷ほかのデータから求めることができない独立したデータの数を自由度という。一般にサンプル数が n の場合，平均値があれば $n-1$ 個のデータで残りの1個が計算できるので自由度は $n-1$ になる。

❸Z検定は母分散が既知の場合に用い，t 検定は母分散が未知である場合に用いる。

7　t 分布

正規分布に従う母集団から抽出した標本について，標本平均の分布は正規分布に似た釣り鐘型になる。この分布を **t 分布**という。標準正規分布のZ値に相当する検定統計量である **t 値**は，母分散の推定値である不偏分散❶を使って次のように求める。t 分布の形はサンプル数 n で決まる**自由度**❷によるが，図8の通り自由度≧30ではほぼ一定の形になる。

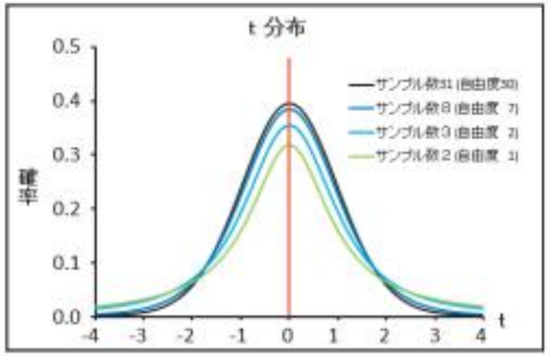


図8　t 分布

$$\text{不偏分散}u^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2}{n-1}$$

（$x_1 \sim x_n$：データの値　$\bar{x}$：標本平均　n：サンプル数）

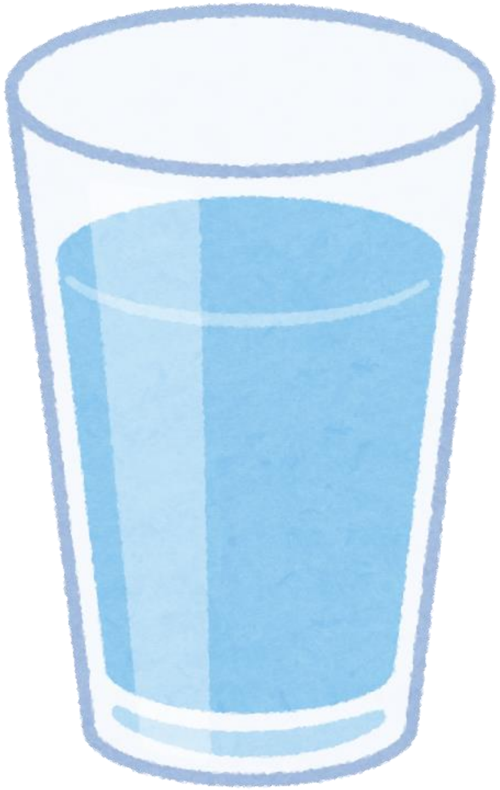
表4　t 分布の臨界値

【両側検定】

教科書によっては「こってり」扱っている。

はじめに　―仮説検定の実践―

プログラミングの実践　　仮説検定の実践



実践報告の絶対数が少ないのでは…と感じる。

はじめに　―なぜ仮説検定の実践が少ないのか？―

【生徒】

・事前の知識定着が成否をわける。

（帰無仮説、対立仮説、有意水準がわかっていないとどうしようもない）

【教員】

・題材を何にしたらよいかわからない。

（仮説検定に耐えうるデータに関する題材選定が難しい）

・**自分の指導に自信がない。**

はじめに　―実践とその成果の概要―

「ラーメンの価格」を授業題材としてｔ検定を行う実践

・生徒は主体的に取り組んだ。

・実データを扱った検定結果については課題を感じている。

・理論的な部分を数学科に扱ってもらったので助かった。

・総合的な探究の時間で仮説検定を行おうとする生徒が出た。

授業実践

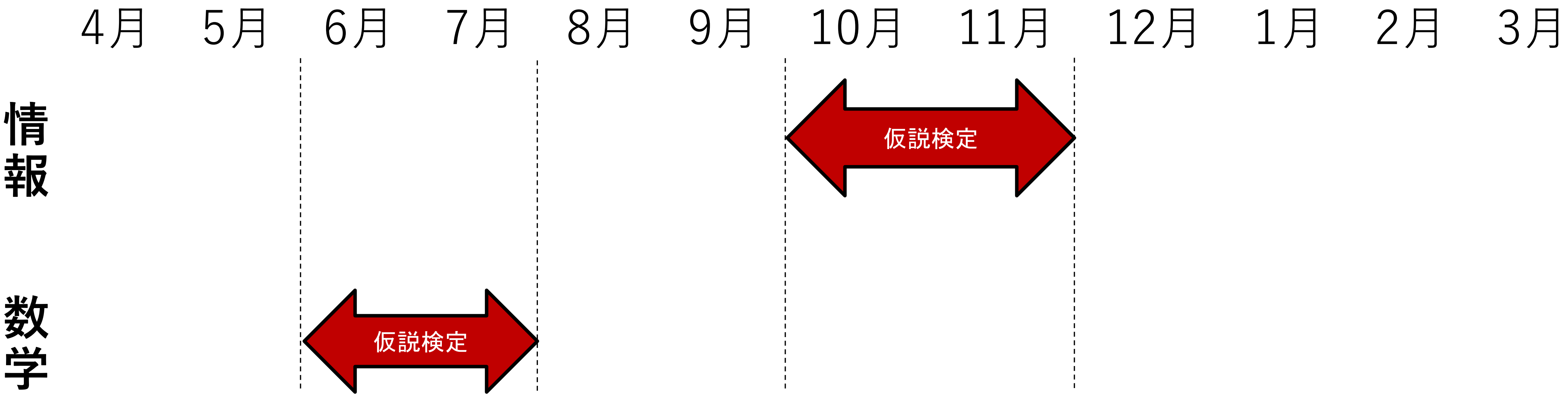
授業実践　―実践校　神奈川県立横浜翠嵐高等学校　紹介―

・神奈川県立の進学校

・情報Ⅰと数学Bは２年次履修

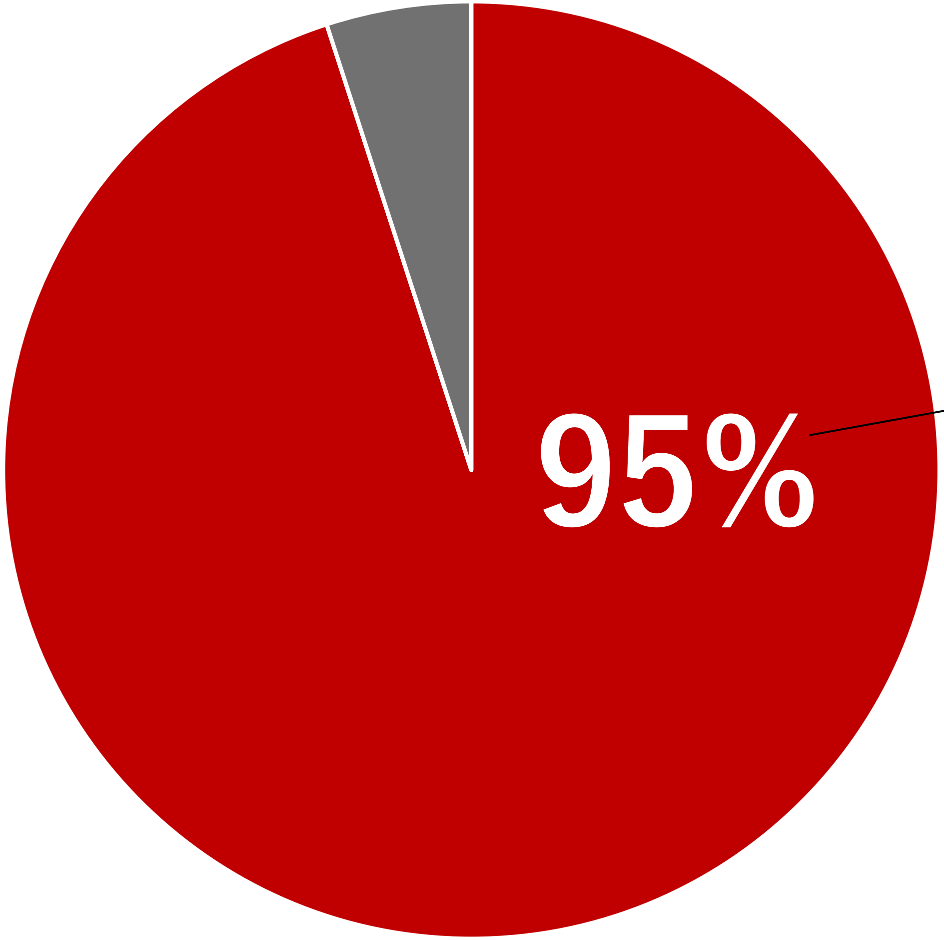
・授業時使用端末は生徒所有のもの

授業実践　―情報Ⅰと数学Bの進度―



統計的仮説検定の実践を行うにあたり、情報科で扱う前に理論背景を数学科で先行して授業を行った。よって生徒は仮説検定の基礎知識を有している状態で授業に臨んでいることになる。

授業実践　―生徒の所有端末―



授業実践　―生徒の所有端末―

- Google Workspace for Education を活用。アカウントは全生徒に配布済み。

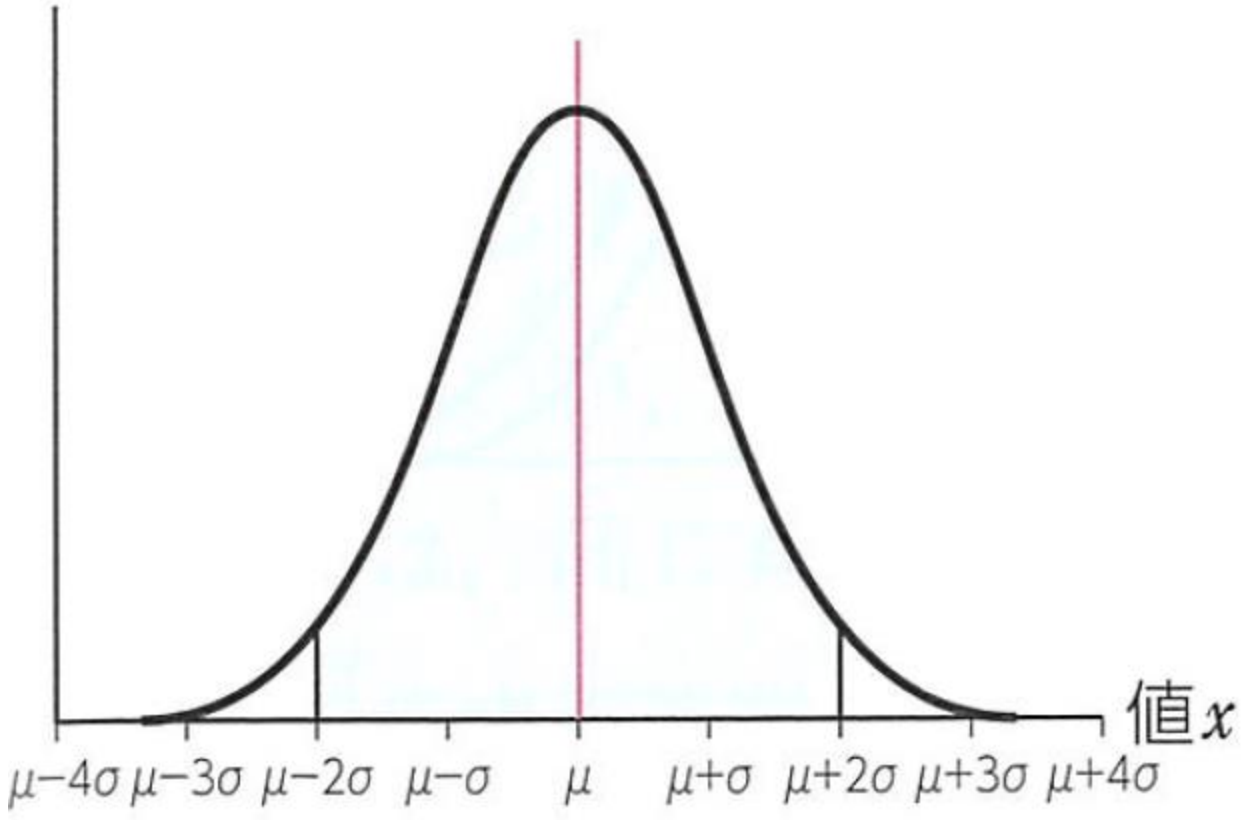
- 各種統計値の計算は Google スプレッドシートの関数を使って行い、特別なアドオンは使用していない。

<u>**生徒自身が他の場面で活用できることを期待した。**</u>

授業実践　―単元計画―

授業概要	内容
1　二項分布と正規分布	【目的】正規分布の重要性を確認する 【演習】正規分布に従っているとき、自分の点数は上位何％か調べる
2　Z検定	【目的】Z検定の手順を学び、検定の手順を確認する 【演習】表計算ソフトでZ検定を行う
3　t 検定	【目的】t 検定でできることを学び、検定の手順を確認する 【演習】T.TEST関数でt検定を行う
4　区間推定	【目的】区間推定でできることを学び、推定の手順を確認する 【演習】CONFIDENCE.T関数で区間推定を行う
5　仮説検定演習 ラーメンの価格から仮説検定を行う	【目的】実在するデータで t 検定や区間推定を行う 【演習】ラーメンの価格で検定や推定を行う
6　仮説検定演習 レポートにまとめる	【目的】演習結果を言語化し、他者に伝えられるようにする。 【演習】実行結果をレポートにまとめる

授業実践　―１　二項分布と正規分布　スライド例―

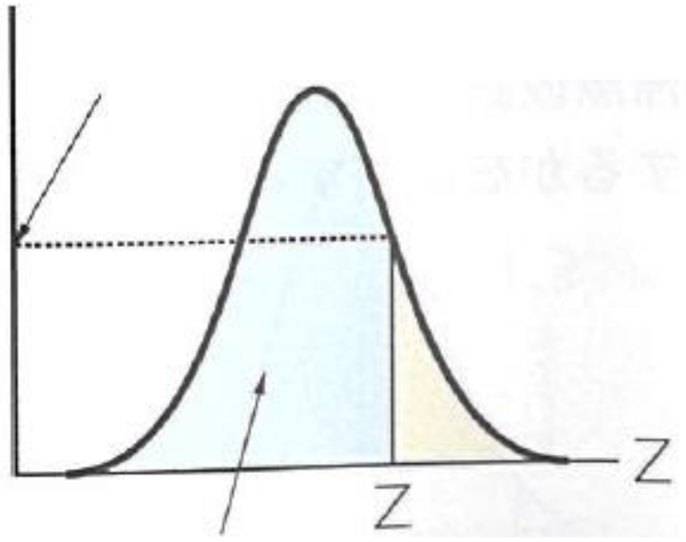


仮説検定においてデータの分布は正規分布であることを仮定して行うことが多い。
今回はなぜ正規分布であると仮定する理由と仮定するメリットを紹介していく。

授業実践　―１　二項分布と正規分布　スライド例―

平均点が５５点、標準偏差が１０の考査で、６５点の生徒は上位から何％の位置にいるか求めなさい。この考査の得点は正規分布に従うものとする。

１．Zの値を計算する
２．NORM.S.DIST(Z)で面積Sを求める
３．1-Sを計算する



授業実践　―１　二項分布と正規分布　演習例―

翠嵐高校　前期期末の情報Ⅰの試験において平均点が５９.１点、標準偏差が１３.２となっていた。自分のテストの点数は上位から何％の位置にいるか求めなさい。この考査の得点は正規分布に従うものとする。

授業実践　―２　Z検定　スライド例―

標本を分析することで、母集団の特徴を表す統計量がどのような値をとり得るのかを推測することができる。母集団について立てた仮説が正しいといえるかどうかを、標本から判定する手続きを**検定**という。

検定は、主張したい仮説を否定した**帰無仮説**を考え、それが統計的に「滅多に起こらない」ことを示すことで、主張したい仮説である**対立仮説**が正しいと結論づける手順で行われる。

授業実践　―２　Z検定　スライド例―

検定統計量Zと棄却値から帰無仮説が<u>棄却された場合</u>

帰無仮説が棄却されたので、帰無仮説が起こることはあり得ないと判断する。よって**<u>対立仮説は成り立つとする。</u>**

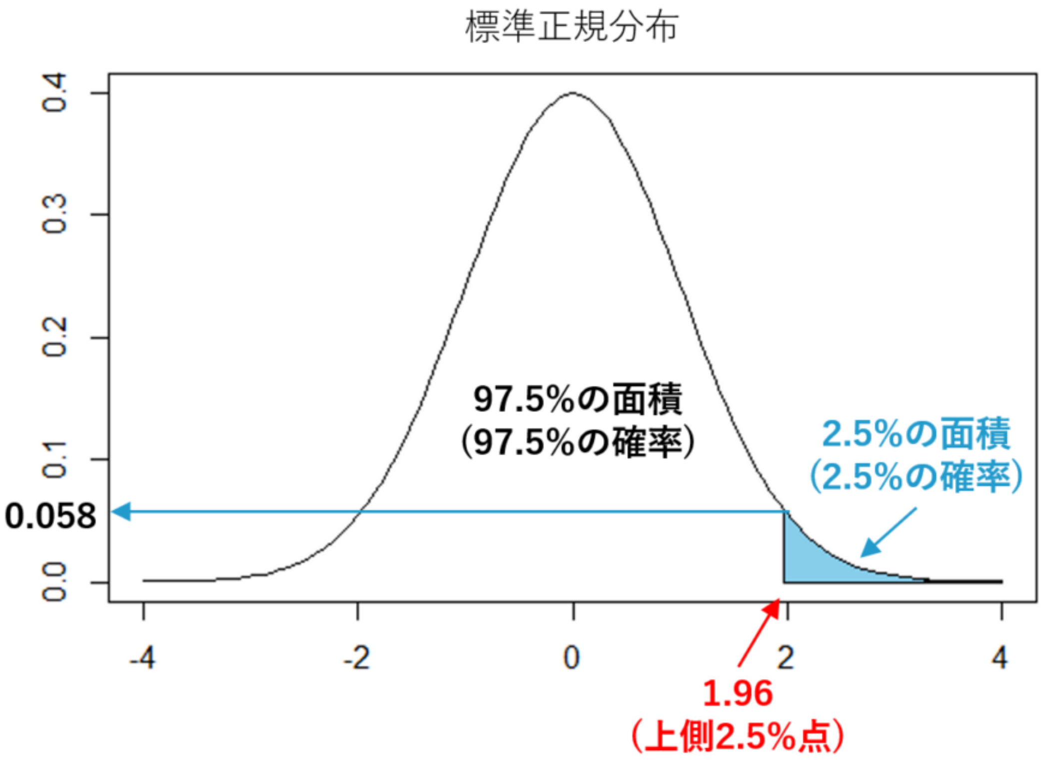
検定統計量Zと棄却値から帰無仮説が<u>棄却されなかった場合</u>

帰無仮説が棄却されなかったので、帰無仮説が起こる可能性が捨てきれない。よって**<u>対立仮説が必ず成り立つかどうか判断できない。</u>**

授業実践　―２　Z検定　演習例―

ある工場で作られた製品の質量は正規分布に従っており、平均 50.11g、標準偏差 0.316 であることがわかっている。ある時間帯に作られた製品から 10 個を抽出したところ、それらの質量の平均が 50.33g であった。この時間帯に何らかの異常が起こっていたと言えるか。有意水準５％で検定せよ。

授業実践　―２　Z検定　演習例―



■確率変数がある値以下となる確率

NORM.S.DIST(**1.96**, TRUE)=0.975

■確率変数がある値のときの確率密度の高さ

NORM.S.DIST(**1.96**, FALSE)=0.058

■ある確率となる確率変数の値

NORM.S.INV(**0.975**)=1.96

Z を計算した後、**NORM.S.DIST(Z)** で左端からの面積を求めることができる。よって有意水準５％片側検定では 0.05未満または0.95より大きければ棄却となる。

授業実践　―３　t検定　スライド例―

母集団　母数　N,　母平均　μ,　~~母分散~~　$\cancel{\sigma^2}$

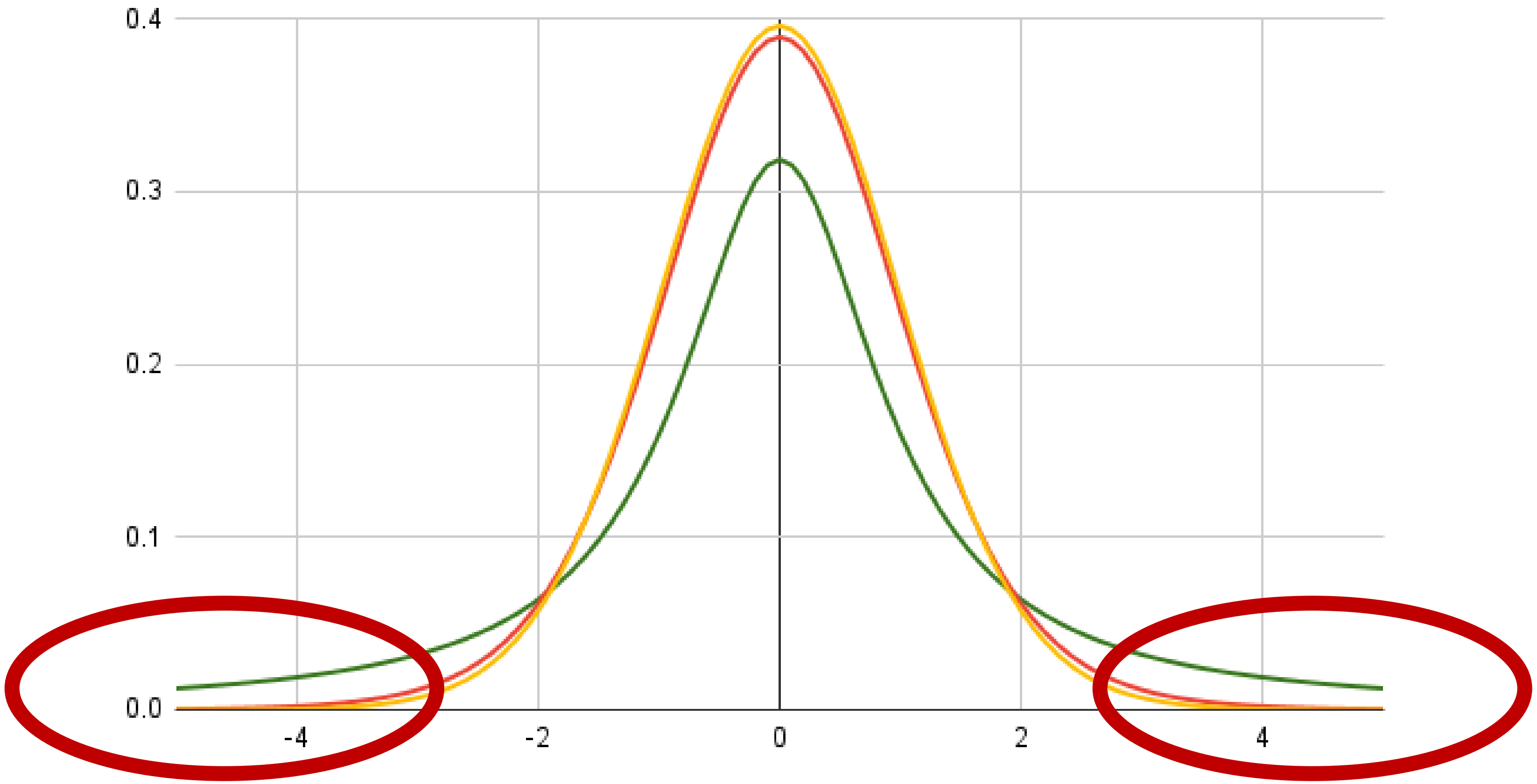
標本　サンプル数　n,　標本平均　$\bar{x}$,　標本分散　s^2　とする。

Z検定の場合は以下の式で検定統計量Zを求める。

$$Z = \frac{\bar{x}-\mu}{s} = \cancel{\frac{\bar{x}-\mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}}} = \cancel{\frac{\bar{x}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}}$$

授業実践　―３　t 検定　スライド例―

t 分布はサンプル数をある程度大きくしないと、検定の使用に耐えない。n ≧ 30 でほぼ一定の形になる。なお n-1 を自由度といい、t 分布の形状に影響する。



サンプル数を増やすと棄却域が正規分布に近くなる！
(グラフは n = 1, 10, 30)

授業実践　―３　ｔ検定　演習例―

T.TEST 関数

　２つのデータに対してｔ検定を行い、平均に差があるか否かを判定することができる。ただしサンプル数が 10 以上でないと精度は低い。

書式

T.TEST(データA, データB, 検定種類, データ対応)

検定種類　１：片側検定、２：両側検定

データ対応　１：対応あり、２：対応なし同分散、３：対応なし異分散

授業実践　―３　t 検定　演習例―

T.TEST(データA, データB, 検定種類, **データ対応**)

データ対応　１：対応あり、２：対応なし同分散、３：対応なし異分散

１：対応あり　データが対になっている場合の検定

例：同じ生徒が受験した２つの試験間の平均の比較

２：対応なし同分散　データが別であるが、同じ母集団から行う場合の検定

例：同じ試験を受験した２つのクラス間の平均の比較

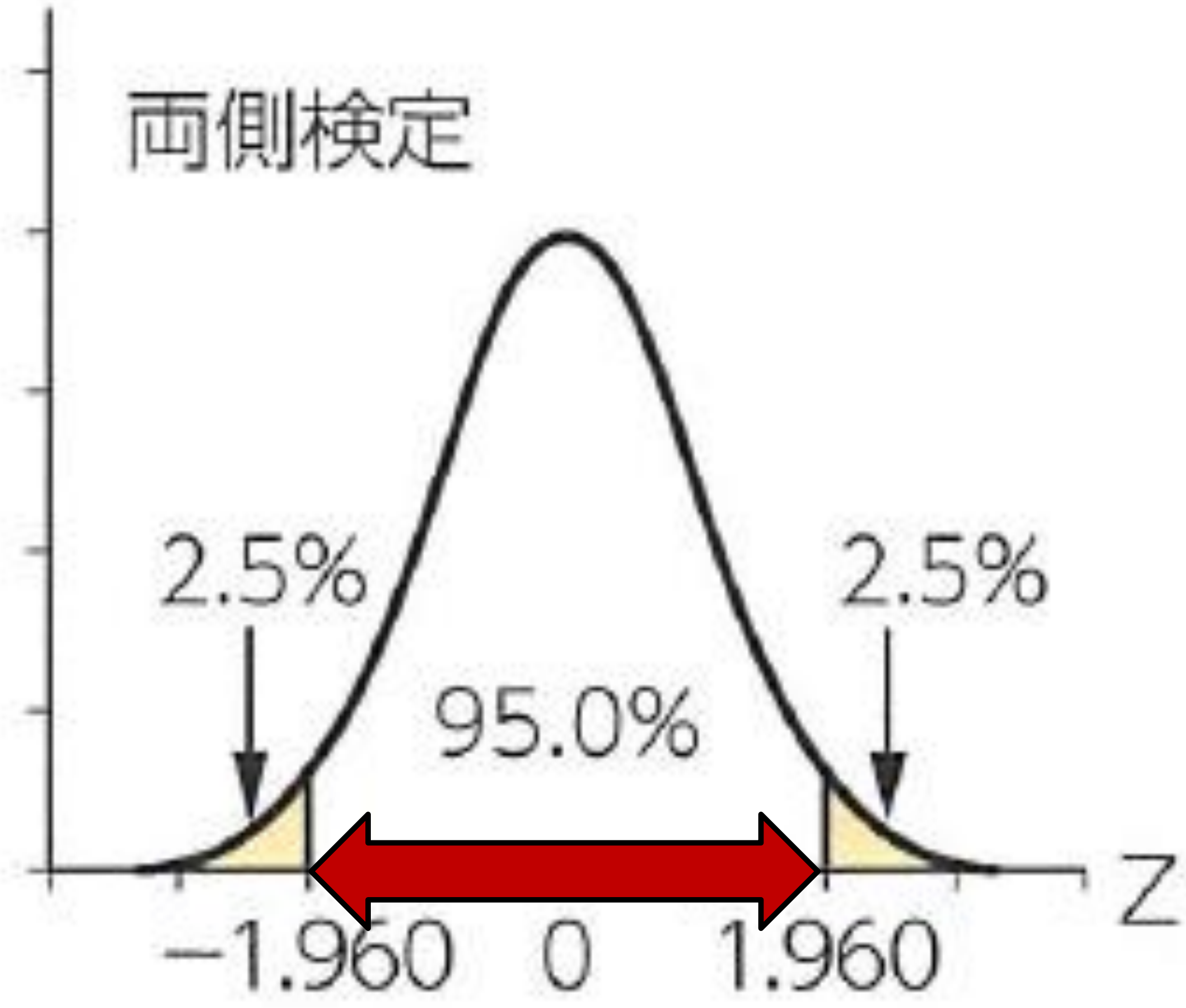
３：対応なし異分散　データも別であり、異なる母集団から行う場合の検定

例：去年と今年の生徒が受験した２つの試験の平均の比較

授業実践　―３　t 検定　演習例―

ペットボトル飲料を生産している工場において、製品を50本抽出して調査した。標準量が500mlのとき、製品は標準量となっているとみなせるか有意水準５％で検定せよ。

授業実践　―４　区間推定　スライド例―



棄却されない領域（信頼区間）において Z などの検定統計量から平均値などの統計量を求める手法。信頼区間は95%でおくことが多い。

授業実践　—４　区間推定　演習例—

CONFIDENCE.T 関数

　t 分布のデータに対して指定した信頼区間（１－有意水準）での平均を求めることができる。母標準偏差が不明な場合は標本標準偏差 **STDEV.S** で代用して計算する必要がある。

書式

　CONFIDENCE.T(有意水準,標準偏差,サンプル数)

　例文：**`CONFIDENCE.T(0.05,s,n)`**

　サンプル数 n, 標準偏差 s で 95%信頼区間で母平均と標本平均の差の絶対値を推定

授業実践　―４　区間推定　演習例―

CONFIDENCE.T 関数は次の箇所の値を求める。

$$\bar{x} - \boldsymbol{t} \times \frac{\boldsymbol{u}}{\sqrt{\boldsymbol{n}}} \leq \mu \leq \bar{x} + \boldsymbol{t} \times \frac{\boldsymbol{u}}{\sqrt{\boldsymbol{n}}}$$

よって標本平均から足し引きした値が区間推定値の最小値、最大値となる。

授業実践　―４　区間推定　演習例―

ある 100 個の標本を抽出した。この母平均の95%信頼区間を求めよ。

※必要となる値である「サンプル数」、「標本平均」、「標本標準偏差」、をそれぞれ COUNT, AVERAGE, STDEV.S 関数を用いて求めてからCONFIDENCE.Tを使う。

A	B	C	D	E	F
	標本				
	5.592777797		サンプル数	100	COUNT
	8.112751224		標本平均	7.751322364	AVERAGE
	8.536932085		標本標準偏差	4.407442472	STDEV.S
	5.713636472				
	6.187598275		区間推定値	0.8745322066	CONFIDENCE.T(0.05,E4,E2)
	3.622630845		母平均最小値	6.876790157	E3-E6
	11.27943146		母平均最大値	8.62585457	E3+E6
	12.29314696				
	8.581831208				

授業実践　―４　区間推定　演習例―

とある田んぼから稲穂を抽出して、稲穂の粒数を数えた。田んぼの稲穂の粒数の平均を95%信頼区間で推定せよ。

授業実践　―単元前半部　工夫ポイント―

理論解説

数学で学んだ理論をあらためて確認。

関数紹介

学んだ理論を関数で動作確認。

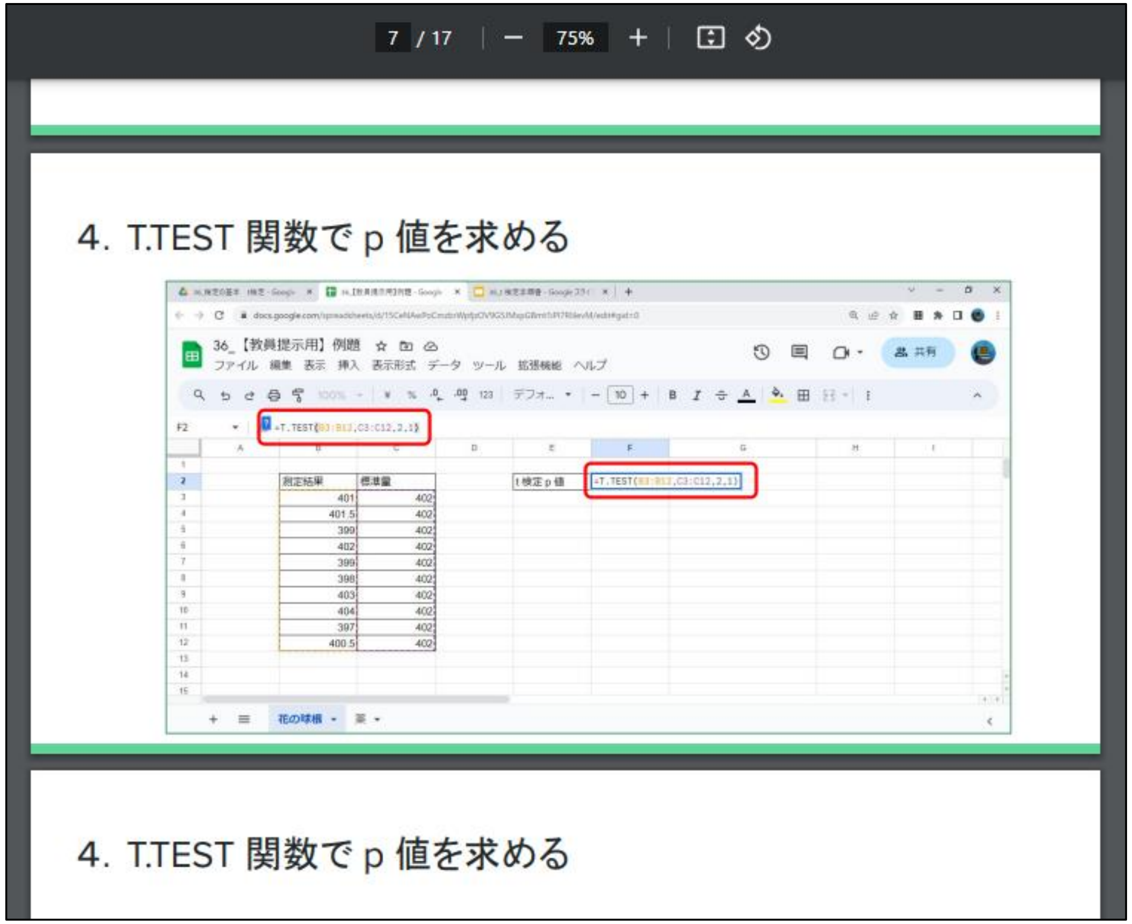
演習

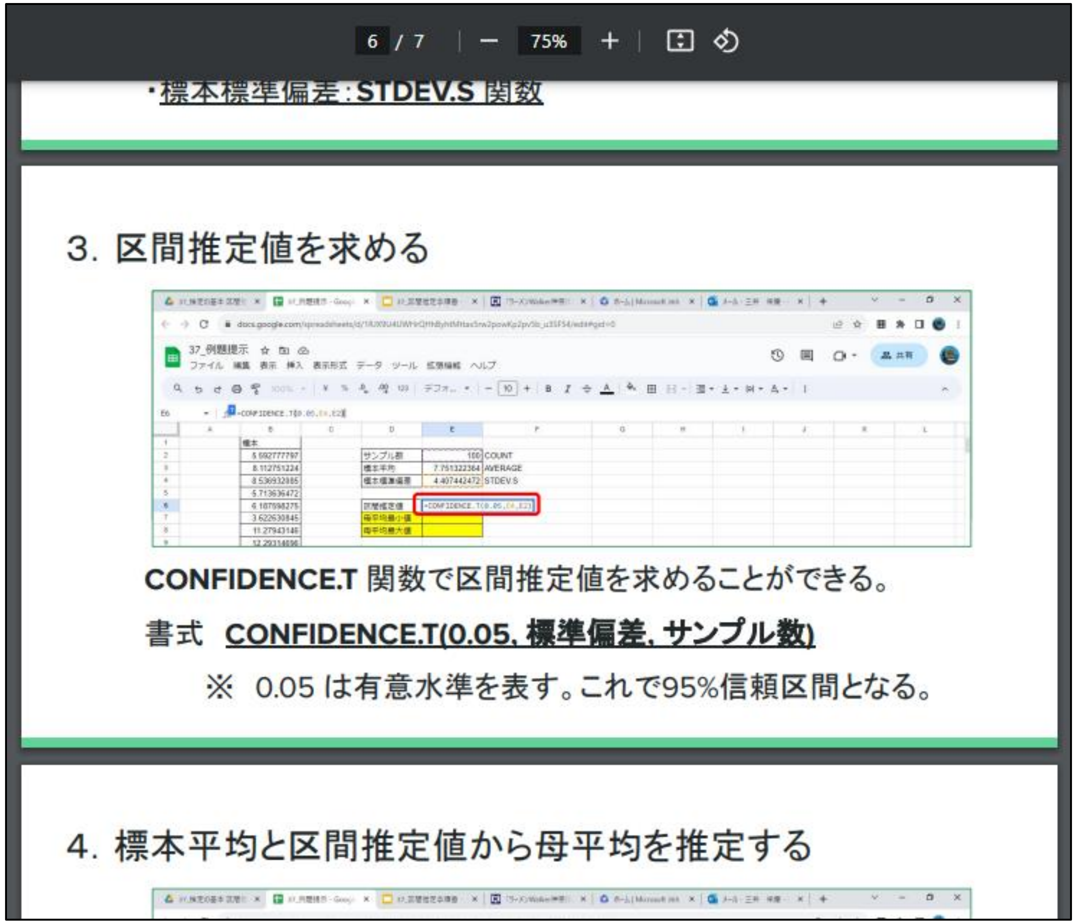
仮想データで関数の使い方を学ぶ。

演習で使い方を学ぶだけでなく、ほかにどのような問題に適用できるかを考えさせる活動は必ず導入。

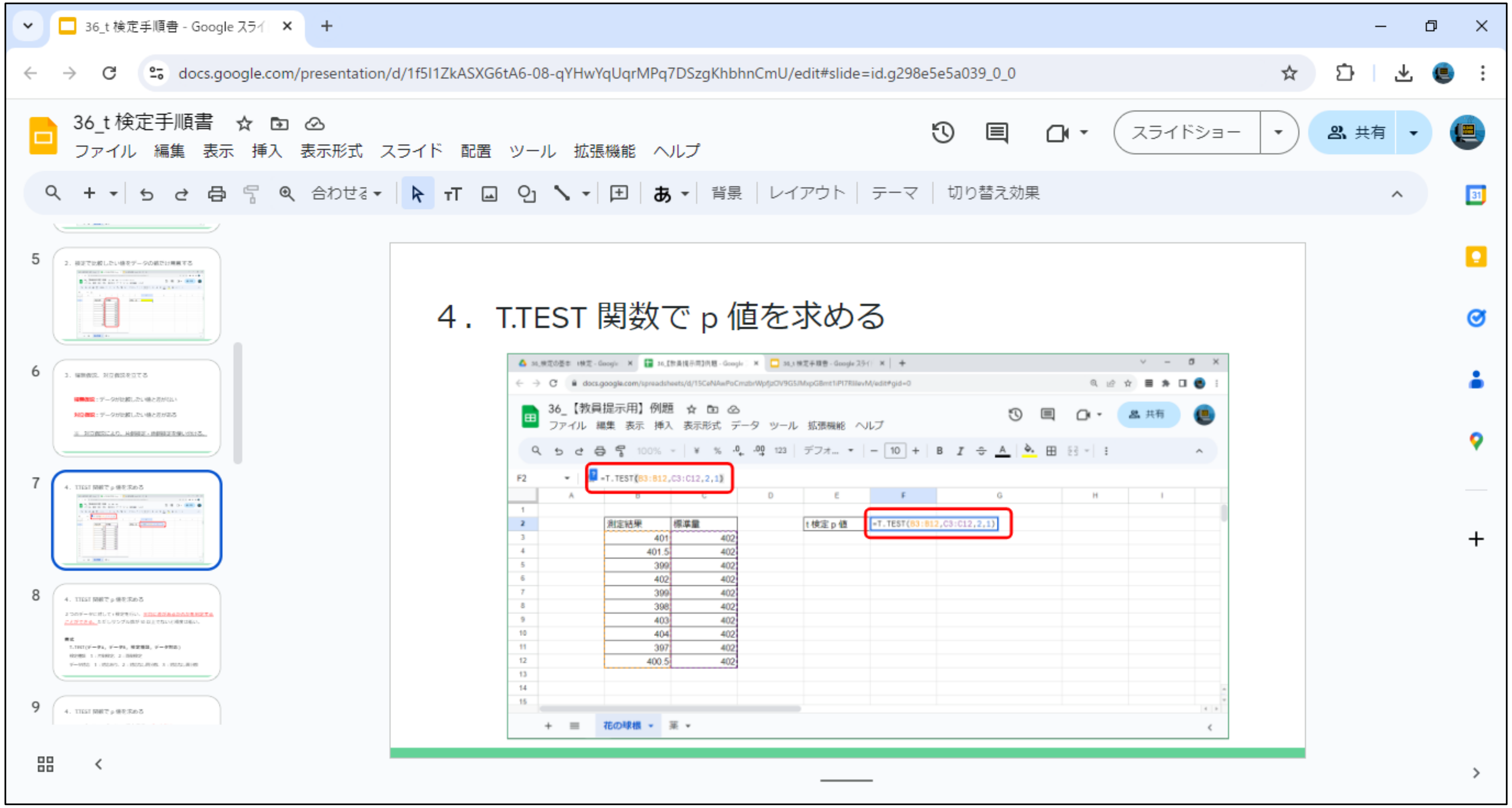
授業実践　―単元前半部　工夫ポイント―

学んだ関数の使用方法を再確認したいときにすぐ見れるようにするために手順書を pdf で作成し準備する。





授業実践　―単元前半部　工夫ポイント―



スマートフォンを見ながら端末操作をする生徒が多いため、
Google スライドで資料を作成している。

授業実践　— 5　仮説検定演習　概要—

【練習】

架空のデータ

検定や推定の方法を学ぶ

【仮説検定演習】

中規模　実在のデータ

実在データから自分が調べたいテーマに基づいてデータを取捨選択して検定や推定を行う。

授業実践　―５　仮説検定演習　使用データ―

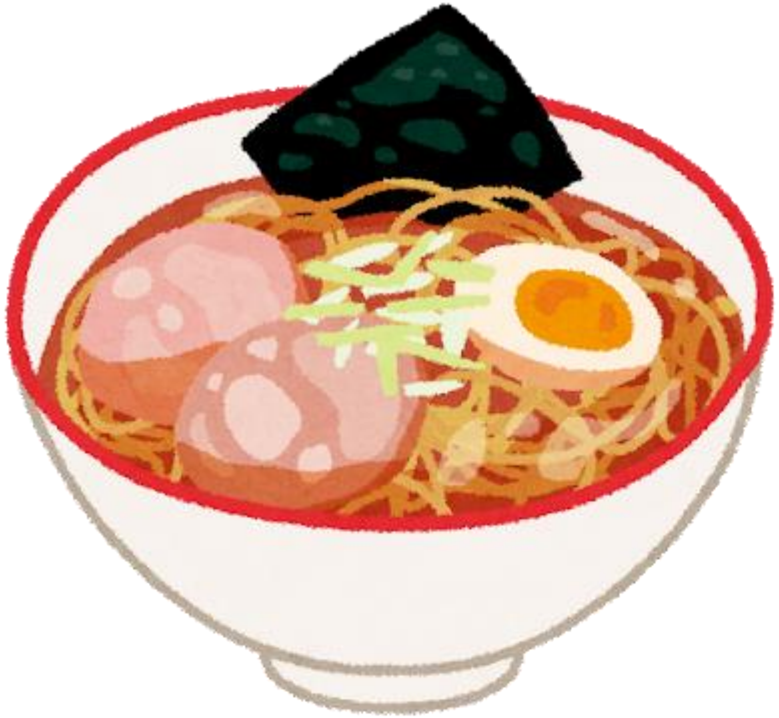
ラーメンWalker から転載したデータから検定や推定を行う。なお価格データの分布はｔ分布に従っているとする。

授業実践　―５　仮説検定演習　使用データ―

	A	B	C	D	E
1	地域	タレ	種類	こってりあっさり	代表価格
2	川崎	なし	麻婆	2	1050
3	横須賀	塩	魚介	-1	950
4	横須賀	塩	魚介	-1	1180
5	横須賀	塩	鶏	-1	1100
6	横須賀	塩	鶏	0	1210
7	横須賀	塩	豚骨	1	890
8	横浜	塩	鶏	-1	850
9	横浜	塩	鶏	-1	830
10	横浜	塩	鶏	0	970
11	横浜	塩	鶏	0	1100
12	横浜	塩	豚骨	0	1150
13	横浜	塩	豚骨	0	950
14	横浜	塩	魚介	1	980

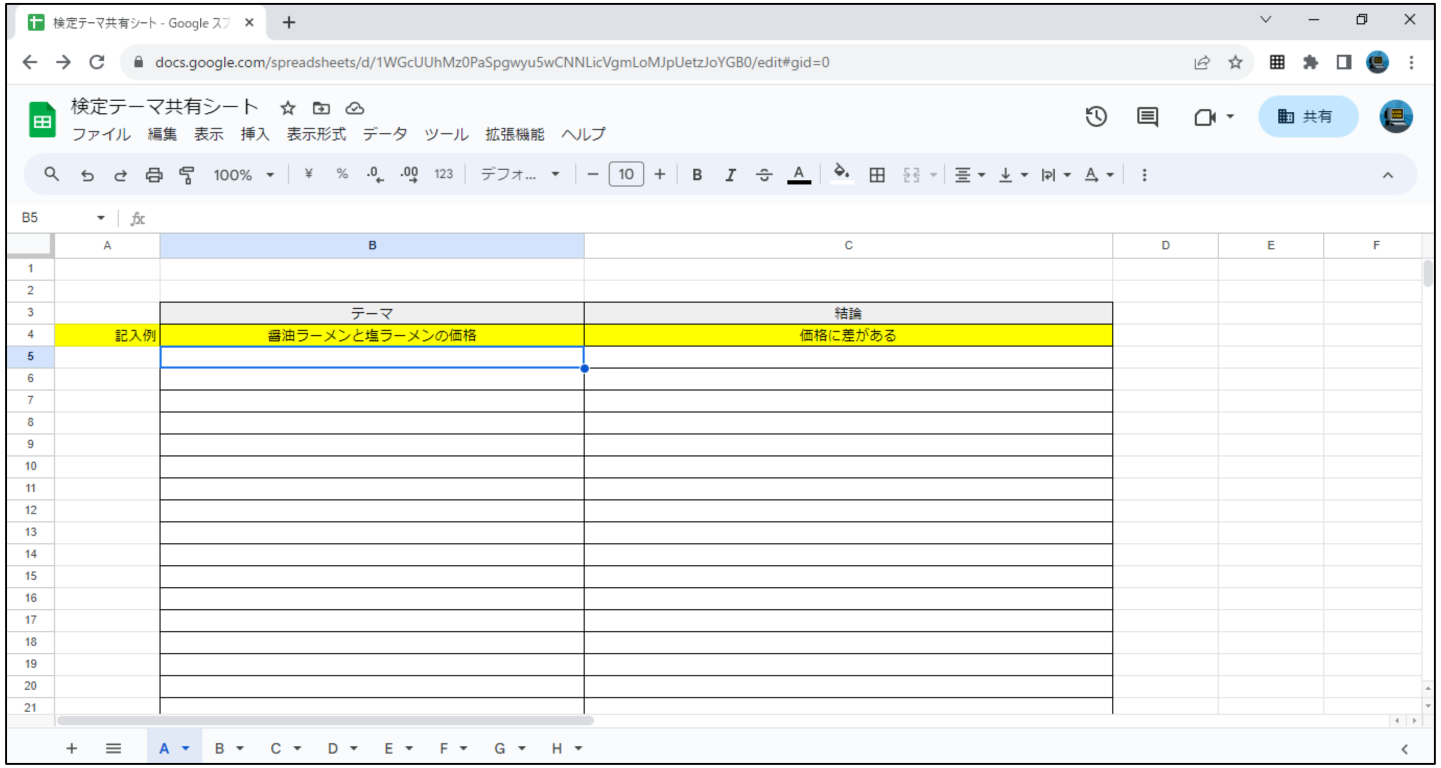
$n = 125$

授業実践　—５　仮説検定演習　探究テーマ例—



「醤油ラーメン」と「味噌ラーメン」の値段に差があると思いますか？

授業実践　―５　仮説検定演習　探究テーマ例―



自分が調べた内容と導いた結論を<u>協議しながら</u>共有シートに入力しよう。

<u>**※入力が終了したら追加のテーマで検定推定を続行してよい。**</u>

授業実践　―５　仮説検定演習　探究テーマ例―

テーマ	結論
醤油ラーメンと塩ラーメンの価格	価格に差がある
こってりめとあっさりめの価格	わからない
横浜と横須賀の価格	わからない
横浜と相模原の価格	わからない
川崎と横浜の価格	わからない
醤油 味噌 価格の差	わからない
鶏と豚の価格の差	差がある
塩 醤油 価格の差	わからない
湘南の区間推定	911.7332964～1089.266704
全体の価格区間推定	993.2741049~1053.669895
横浜の価格区間推定	991.4985579~1116.83477546276
醤油の価格区間推定	992.0518545~1075.376717
鶏の価格区間推定	1012.585434~1120.141839
横浜　湘南	0.8383973456
こってりラーメンの価格区間推定	936.947418050884~1016.766868
あっさりラーメンの価格	978.7773333~1074.092232

授業実践　―授業実践の振り返り―

「ラーメンの価格」を授業題材としてｔ検定を行う実践

◎生徒は主体的に取り組んだ。

複数属性を提示することで生徒は調べたい項目ごとにパラメータを組み合わせて検定や推定を行うことで、試行錯誤の機会を設定することができ、生徒自身が気になるものを主体的に調べることができていた。

授業実践　―授業実践の振り返り―

「ラーメンの価格」を授業題材としてｔ検定を行う実践

△実データを扱った検定結果については課題を感じている。

雑誌に掲載されているデータの質に偏りがあったり、データの量が伴わなかったり等の理由で検定結果が「棄却されなかった」ことが多く，結果から得られるものから分析することが限定されたことは授業者として課題に感じた。

カリキュラムマネジメントの視点から

カリキュラムマネジメント　―数学科との相互接続―

キーワード

二項分布、正規分布、標準正規分布、Z検定、区間推定

所感

・正規分布の重要性は十分に取り扱っている。

・帰無仮説、対立仮説、有意水準をしっかり扱い、検定の手順についても十分に取り扱っている。

◎帰無仮説、対立仮説がスムーズに立てられる。

◎片側検定と両側検定を考えて使い分けができる。

カリキュラムマネジメント　―数学科との相互接続―

（注）　数学の出題範囲は，以下のとおりです。
数学Ⅰ，数学Ⅱ，数学Aは全範囲から出題します。数学Bは「数列」，「統計的な推測」から，数学Cは「ベクトル」から出題します。

（注１）　数学の出題範囲は，以下のとおりです。
数学Ⅰ，数学Ⅱ，数学Ⅲ，数学Aは全範囲から出題します。数学Bは「数列」，「統計的な推測」から，数学Cは「ベクトル」，「平面上の曲線と複素数平面」から出[illegible]ます。

（注２）　理科の[illegible]のとおりです。

東大の２次試験で「統計的な推測」が出題範囲となってるので、授業でしっかり扱いました。

カリキュラムマネジメント　―数学科との相互接続―

キーワード

二項分布、正規分布、標準正規分布、Z検定、区間推定

所感

・正規

・帰無　　、検定の手
順に

t 検定は教科書に扱っていませんでした。
実用的にはやったほうがいいけれど…

△**数学の教科書にはｔ検定の取り扱いがなかったので、**

理論的な扱いが数学科でできていなかった。

カリキュラムマネジメント　―総合的な探究の時間との相互接続―

論文の根拠

・先行研究
・他論文の引用
・<u>数値データ</u>

論文の根拠

　翠嵐生　男子20人、女子20人に対して調査を行い、それぞれの平均値を求めた。男子の方が平均値が大きかったので、仮説は成り立つと考えました。

△

「全数調査」と「抽出調査」の違いを把握しておらず、

抽出した値を吟味しないで使用し、有意差の有無を論じている。

論文の根拠

　翠嵐生　男子2[illegible]女子20人に対して調[illegible]を行い、それぞれの平均値を求めた。男子の[illegible]が大きかったので、仮説は成り立つと考えました。

t 検定やΧ二乗検定を駆使して、データ間の有意差の有無を確認する生徒が出始めた。こういった生徒の数を増やしていくことが課題。

今後の展望

今後の展望　―実践とその成果の概要―

「ラーメンの価格」を授業題材としてｔ検定を行う実践

・生徒は主体的に取り組んだ。

・実データを扱った検定結果については課題を感じている。

・理論的な部分を数学科に扱ってもらったので助かった。

・総合的な探究の時間で仮説検定を行おうとする生徒が出た。

お願い

○『ものすごい実践でした！』

◎『アレンジしてやってみたい！』

お願い　私の実践は「踏み台」です。

うまくいかない部分も含め、今回紹介させていただきました。この発表をご覧いただいた皆様もぜひ実践願います。この積み重ねが、今後の統計分野の授業実践の質向上に寄与すると信じています。